



AGRUPAMENTO
ESCOLAS DE RIBEIRÃO

ESCOLA E. B. 2,3 DE RIBEIRÃO

Ficha de Avaliação de Matemática

9.º Ano

Junho 2010

Professor: _____ Enc. Educação: _____

Nome: _____ N.º _____ Turma: _____ Classificação: _____

Para cada questão de escolha múltipla são indicadas quatro alternativas, das quais só uma está correcta.
Assinala a alternativa que escolheste para responder à questão. **Não apresentes cálculos.**
Justifica convenientemente todas as outras respostas, apresentando todos os cálculos que efectuares.

Cotação
Atribuída

1. Catorze amigos, seis raparigas e oito rapazes, festejam juntos a passagem de ano.

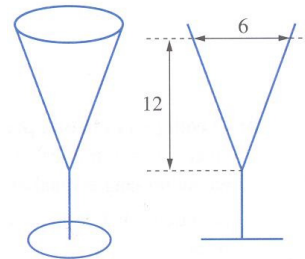
1.1. Todos querem abrir as garrafas de espumante, por isso resolvem sortear ao acaso dois nomes. Cada um escreve o seu nome num pedacinho de papel e depois de dobrados todos da mesma maneira, colocam-nos num saco.

A Ana agita bem o saco para misturar os papéis com os nomes e, em seguida, o João tira à sorte primeiro um papelinho e depois outro. À medida que o João tira os papéis, a Ana desdobra-os e lê o nome em voz alta.

1.1.1. Qual é a probabilidade do primeiro nome sorteado ser de um rapaz? Apresenta o resultado sob a forma de uma fracção irredutível.

1.1.2. Qual é a probabilidade do segundo nome sorteado ser de uma rapariga se o primeiro foi de uma rapariga? Apresenta o resultado sob a forma de percentagem arredondado às décimas.

1.2. Os copos têm forma cónica como mostra a figura. As medidas estão em cm.
Sabendo que têm ao todo duas garrafas de espumante de 0,8 litros cada uma, determina o número de copos cheios de espumante que é possível servir?



2. Considera o intervalo $A = \left[-\frac{1}{4}, \sqrt{10}\right]$.

2.1. Qual é o maior número inteiro que pertence a este conjunto?

2.2. O número designado pela expressão $4^{-13} \times 4^{12} - 4^0$ pertence ao intervalo A?

Justifica a resposta e apresenta todos os cálculos que efectuares.

2.3. Considera também o seguinte intervalo $B = \left]2, \frac{10}{3}\right[$. Representa, na forma de intervalo de números reais, o conjunto $A \cap B$.

3. A inequação $1 - \frac{1-x}{2} > 0$ é equivalente a:

(A) $2 - 1 - x > 0$

(B) $-\frac{1-x}{2} > 1$

(C) $2 - 1 + x > 0$

(D) $1 < \frac{1-x}{2}$

4. Qual dos pares ordenadas é solução do seguinte sistema $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x + 3y = 5 \end{cases}$?

(A) (0,0)

(B) (5,5)

(C) (2,1)

(D) (-2,9)

5. A tabela seguinte mostra a relação entre o número de apostadores (n) que acertarem na chave do Euromilhões na próxima semana e o valor do prémio (p), em milhões de euros, que cada um irá receber.

O prémio (p) que cada apostador irá receber é inversamente proporcional ao número de apostadores (n).

| | | | |
|---|----|---|----|
| Número de apostadores (n) que acertaram na chave do Euromilhões | 2 | 5 | 10 |
| Valor do prémio (p) (em milhões de euros) | 15 | 6 | 3 |

5.1. Qual é a constante de proporcionalidade inversa e indica o que representa, no contexto do problema.

5.2. Qual das equações seguintes traduz a relação entre o número de apostadores (n) que acertaram na chave do Euromilhões e o respectivo valor do prémio (p)?

(A) $p = 30 + n$

(B) $p = \frac{30}{n}$

(C) $p = 30n$

(D) $p = 30 - n$

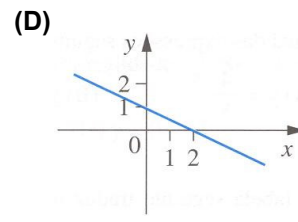
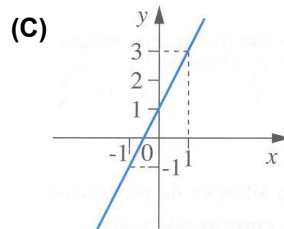
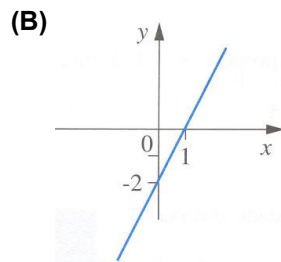
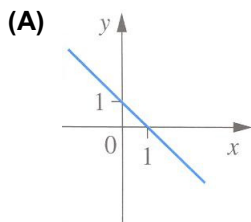
5.3. Se houver 4 apostadores a acertar na chave do Euromilhões qual é o valor do prémio destinado a cada um? Apresenta os cálculos que efectuares.

6. Resolve a equação seguinte:

$$4(x^2 + x) = 1 - x^2$$

Apresenta os cálculos que efectuares.

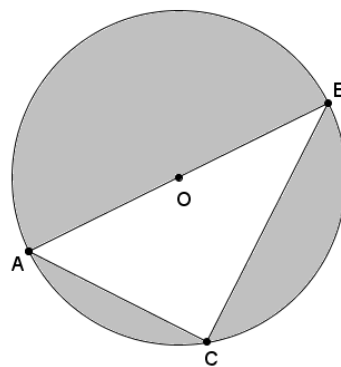
7. A representação gráfica da função $f(x) = 2x + 1$ é:



8. Na figura ao lado está representada uma circunferência.

Sabe-se que:

- $[AB]$ é um diâmetro de comprimento 6 cm.
- C é um ponto da circunferência.
- $\overline{AC} = 3,6$ cm.



8.1. Justifica que o triângulo $[ABC]$ é rectângulo em C .

8.2. Qual é a amplitude, em graus, do ângulo CAB ?

Escreve o resultado arredondado às unidades.

Mostra como chegaste à tua resposta.

8.3. Calcula a área da região sombreada da figura.

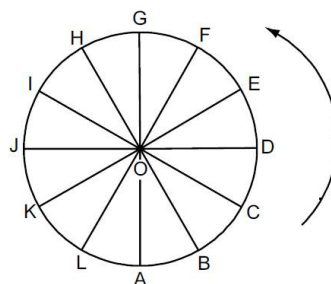
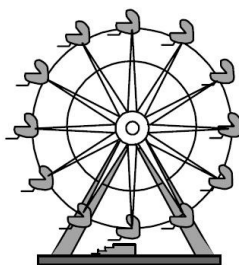
Apresenta os cálculos que efectuares e, na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

9. A roda gigante de uma feira de diversões tem 12 cadeiras igualmente espaçadas, ao longo do seu perímetro. A roda move-se no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio.

9.1. A Rita entra na roda gigante e senta-se na cadeira correspondente à posição A.

Indica a letra relativa à posição da cadeira da Rita depois de a roda gigante ter rodado 210° .



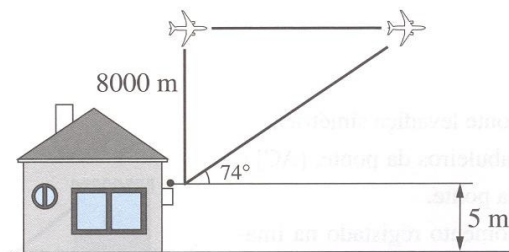
9.2. Sem utilizares o transferidor, determina a amplitude do ângulo DJG . Apresenta todos os cálculos que efectuares.

10. Um avião voa a uma altura constante de 8005 m.

Trinta segundos após passar por cima da casa do João, este avista-o segundo um ângulo de elevação de 74° .

Determine a velocidade do avião em m/s.

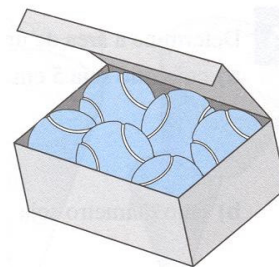
Apresenta os cálculos que efectuares, e na tua resposta, escreve o resultado arredondado às unidades.



Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva duas casas decimais.

11. A figura representa uma caixa com a forma de um paralelepípedo onde cabem à justa seis bolas de ténis com 6 cm de diâmetro cada uma.

11.1. Mostre que o volume desta caixa é 1296 cm^3 .



11.2. Determine a percentagem de volume não ocupado na caixa quando esta contém as 6 bolas de ténis.

Apresenta os cálculos que efectuares, e na tua resposta, escreve o resultado arredondado às centésimas.

Nota: Sempre que, nos cálculos intermédios, procederes a arredondamentos, conserva pelo menos duas casas decimais.

12. O sólido [ABCDIJGH] pode-se decompor no cubo [LKCDIJGH] e no prisma triangular recto [ALIBKJ], como mostra a figura.

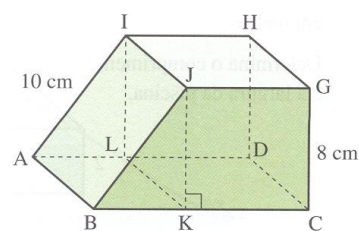
Qual é a posição relativa entre HB e ADC?

(A) estritamente paralela

(B) concorrente perpendicular

(C) concorrente oblíqua

(D) contida no plano



FIM

Bom Trabalho!

Cotações

| Questão | 1.1.1 | 1.1.2 | 1.2 | 2.1 | 2.2 | 2.3 | 3 | 4 | 5.1 | 5.2 | 5.3 | 6 | 7 | 8.1 | 8.2 | 8.3 | 9.1 | 9.2 | 10 | 11.1 | 11.2 | 12 | Total |
|---------|-------|-------|-----|-----|-----|-----|---|---|-----|-----|-----|---|---|-----|-----|-----|-----|-----|----|------|------|----|-------|
| Cotação | 3 | 4 | 7 | 3 | 4 | 4 | 5 | 5 | 2 | 5 | 4 | 6 | 5 | 3 | 4 | 8 | 3 | 4 | 8 | 4 | 4 | 5 | 100 |

Total

Soluções:

$$1.1.1. p = \frac{8}{14} = \frac{4}{7}$$

$$1.1.2. p = \frac{5}{13} \approx 0,385 = 38,5\%$$

$$1.2. A_b = A_{\odot} = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2; \quad V_{\text{copo}} = V_{\text{cone}} = \frac{9\pi \times 12}{3} = 36\pi \approx 113,1 \text{ cm}^3$$

Como o volume de cada copo é aproximadamente $113,1 \text{ cm}^3$ e temos 2 garrafas de champanhe vamos dividir a quantidade total de champanhe pela capacidade de cada copo para obtermos o número de copos que conseguimos encher.

$$V_{\text{champanhe}} = 0,8 + 0,8 = 1,6 \text{ l} = 1,6 \text{ dm}^3 = 1600 \text{ cm}^3, \text{ logo } n^{\circ} \text{ copos} = \frac{1600}{113,1} \approx 14,1.$$

É possível servir 14 copos **cheios** de champanhe.

2.1. O menor número inteiro pertencente a este intervalo é o 3.

2.2. O número designado pela expressão não pertence a este intervalo porque:

$$4^{-13} \times 4^{12} - 4^0 = 4^{-1} - 1 = \frac{1}{4} - 1 = \frac{1}{4} - \frac{4}{4} = -\frac{3}{4} = -0,75.$$

$$2.3. A \cap B =]2, \sqrt{10}]$$

3. (C)

4. (C)

5.1. $k = 2 \times 15 = 30$. A constante de proporcionalidade inversa é 30 e representa o valor do primeiro prémio do Euromilhões em milhões de euros.

5.2. (B)

5.3. $p = \frac{30}{4} = 7,5$. Cada um ganhará 7,5 milhões de euros.

$$6. 4(x^2 + x) = 1 - x^2 \Leftrightarrow 4x^2 + 4x = 1 - x^2 \Leftrightarrow 4x^2 + x^2 + 4x - 1 = 0 \Leftrightarrow 5x^2 + 4x - 1 = 0$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{4^2 - 4 \times 5 \times (-1)}}{2 \times 5} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 20}}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{36}}{10} \Leftrightarrow x = \frac{-4 \pm 6}{10}$$

$$\Leftrightarrow x = \frac{-4 + 6}{10} \vee x = \frac{-4 - 6}{10} \Leftrightarrow x = \frac{2}{10} \vee x = \frac{-10}{10} \Leftrightarrow x = \frac{1}{5} \vee x = -1 \quad S = \left\{ -1, \frac{1}{5} \right\}$$

7. (C)

8.1. O $\Delta[ABC]$ é rectângulo porque o ângulo ACB é um ângulo recto, uma vez que se trata de um ângulo inscrito numa semicircunferência.

8.2. Usando a trigonometria e considerando que $\alpha = \hat{CAB}$ temos: $\cos \alpha = \frac{3,6}{6} \Leftrightarrow \alpha = \cos^{-1}\left(\frac{3,6}{6}\right) \Leftrightarrow \alpha \approx 53^\circ$

$$8.3. A_{\text{sombreada}} = A_{\odot} - A_{\Delta} = 9\pi - 8,64 \approx 19,634 \approx 20 \text{ cm}^2$$

$$A_{\odot} = \pi \times 3^2 = 9\pi \text{ cm}^2; \quad A_{\Delta} = \frac{3,6 \times 4,8}{2} = 8,64 \text{ cm}^2;$$

$$\overline{BC}^2 + 3,6^2 = 6^2$$

$$\overline{BC}^2 = 36 - 12,96$$

$$\overline{BC} = \sqrt{23,04}$$

$$\overline{BC} = 4,8 \text{ cm}$$

9.1. H

$$9.2. \widehat{DJG} = \frac{\widehat{DG}}{2} = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ \text{ (Nota: o ângulo DJG é um ângulo inscrito.)}$$

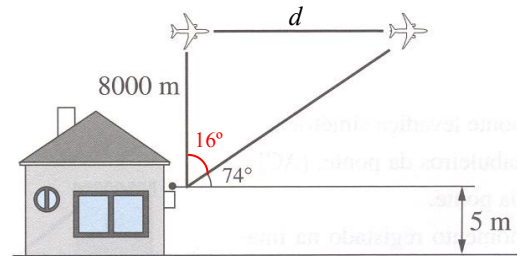
10. Tendo em conta que $90^\circ - 74^\circ = 16^\circ$ e usando a trigonometria podemos calcular a distância percorrida pelo avião nestes 30 segundos:

$$\operatorname{tg} 16^\circ = \frac{d}{8000} \Leftrightarrow d = 8000 \times \operatorname{tg} 16^\circ \Leftrightarrow d \approx 2293,96 \text{ m}$$

Cálculo da velocidade:

$$v = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2293,96}{30} \approx 76 \text{ m/s}$$

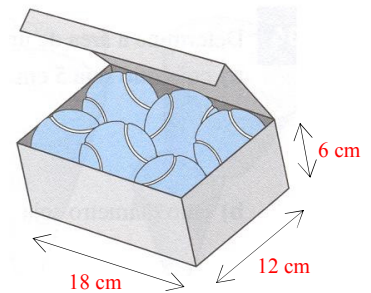
O avião viaja a aproximadamente 76 m/s.



$$11.1. V_{\text{caixa}} = A_b \times h = 18 \times 12 \times 6 = 1296 \text{ cm}^3$$

$$11.2. V_{\text{não ocupado}} = V_{\text{caixa}} - V_{6 \text{ esferas}} = 1296 - 6 \times 36\pi = 1296 - 216\pi \approx 617,42 \text{ cm}^3$$

$$V_{\text{esfera}} = \frac{4}{3} \pi \times 3^3 = 36\pi \text{ cm}^3$$



$$\text{Cálculo da percentagem: } \begin{array}{l} 1296 \text{ cm}^3 \text{ — } 100\% \\ 617,42 \text{ cm}^3 \text{ — } x \end{array}$$

$$x = \frac{617,42 \times 100}{1296} \approx 47,64\%$$

Logo a percentagem de volume não ocupado nesta caixa é, aproximadamente, 47,64%.

12. (C)